

目次

第 1 章 ジーゲル保型形式の基礎	1
1. 領域と群と保型因子	1
2. ジーゲル上半空間	3
3. 群の生成元	6
4. 保型因子	19
4.1 一般の保型因子	19
4.2 実際的な保型因子と保型形式	20
5. $Sp(n, \mathbb{Z})$ の通約群	22
6. フーリエ展開	24
7. Koecher 原理	26
8. カスパ形式の定義	29
9. 内積とノルム	33
第 2 章 ジーゲル保型形式とテータ関数	41
1. ポアソンの和公式	41
1.1 ヒルベルト空間とフーリエ級数	41
1.2 ポアソンの和公式	43
2. テータ関数と多重調和多項式	44
2.1 テータ関数	44
3. 多重調和多項式を係数に持つテータ関数	51
3.1 2次形式	51
3.2 多重調和多項式	54
3.3 テータ関数の構成	55
4. テータ関数とテータ定数	60
4.1 テータ関数の変換公式	60
4.2 生成元的作用	63

4.3	別証明	65
4.4	ガウスの和の公式	72
4.5	$\kappa(M)$ の公式	80
4.6	デデキントのエータ関数	87
第 3 章	ジーゲル保型形式上の微分作用素	103
1.	問題の設定	104
2.	ジーゲル保型形式と微分作用素	107
3.	微分作用素と多重調和多項式上の表現	120
3.1	多重調和多項式への作用とテンソル	120
3.2	テンソルについての復習	124
4.	具体的な微分作用素の例	126
4.1	場合 (I) で $r = 2$ のとき	126
4.2	具体例：場合 (II)	138
4.3	$r \geq 3$ の例	154
5.	微分の簡単な公式集	158
第 4 章	ヤコービ形式の理論	162
1.	ヤコービ形式の導入	162
1.1	スカラー値のヤコービ形式	162
1.2	ベクトル値ヤコービ形式	169
1.3	テータ展開	170
1.4	Koecher 原理	177
1.5	半整数ウェイトのジーゲル保型形式とヤコービ形式	178
2.	一般ベクトル値ヤコービ形式	194
2.1	定義	194
2.2	両者の関係	196
3.	ヤコービ形式のテイラー展開と微分作用素	202
第 5 章	1 変数のアイゼンシュタイン級数	208
1.	アイゼンシュタイン級数とその展開	208
2.	フーリエ展開	210
3.	正則なアイゼンシュタイン級数	215
4.	合同部分群のカスプの代表	222

第 6 章 分数ウェイトの保型形式	228
1. Γ の実数ウェイトの保型因子と乗法因子	228
2. $SL_2(\mathbb{R})$ の被覆群	229
2.1 被覆群の定義と上半平面上の正則関数への作用	229
2.2 $SL_2(\mathbb{R})$ の部分群 Γ の保型因子と被覆群の関係	230
3. 保型形式の定義	230
3.1 カスプの定義	230
3.2 正則保型形式の定義とフーリエ展開	231
4. $\Gamma(N)$ の分数ウェイトの保型形式	235
4.1 構成	235
4.2 $\Gamma(N)$ の乗法因子と $SL_2(\mathbb{Z})$ の作用	241
5. 分数ウェイトの保型形式のなす環	250
5.1 保型形式の次元公式	250
5.2 保型形式のなす環の具体例	260
5.3 $N = 9$ について	272
5.4 $N = 11$	278
第 7 章 不定符号 2 次形式のゼータ関数と実解析的保型形式	281
1. テータ関数とガウスの和	281
2. 2 次形式のジョルダン分解とレベル	299
2.1 ジョルダン分解	299
2.2 レベルについての考察	307
3. テータ関数の平均値とゼータ関数	311
3.1 指標の公式	311
3.2 テータ関数の平均値とジエゲル公式	315
3.3 ゼータ関数の定義とジエゲル公式	318
3.4 ゼータ関数の具体的な公式	329
3.5 非原始的な指標とガウスの和	330
3.6 フーリエ展開の具体形とゼータ関数の計算	338
3.7 2 次形式のガウスの和	348
4. 大域的なまとめ	357
5. 2 次形式の種と体積に関するジエゲル公式	366
6. 具体的な体積とゼータ関数の実例	371

第 8 章 保型形式の構成	378
1. アイゼンシュタイン級数 (収束の証明)	378
2. テータ定数による構成	388
3. 保型形式環	390
4. 1 変数の保型形式環	391
5. 1 次のヤコービ形式の構造定理の例	396
6. 2 次のジーゲル保型形式環	410
7. 齋藤・黒川リフト	418
8. 具体的なりフトの例	430
8.1 レベル 1 のリフトの例	430
8.2 レベルによるリフトの違い	431
8.3 レベル 2 のリフトの例	434
9. 微分作用素による構成	442
参考文献	449
索引	465