

目 次

| | |
|---|----|
| 第 1 章 楕円曲線と楕円モジュラー関数 | 1 |
| 1.1 $SL_2(\mathbf{Z})$ と複素トーラスのモジュライ | 1 |
| 1.2 $SL_2(\mathbf{Z})$ の基本領域と生成元 | 5 |
| 1.3 ワイエルストラス \wp 関数と 2 重周期関数 | 9 |
| 1.4 3 次代数曲線論 | 14 |
| 1.5 ワイエルストラス \wp 関数による 3 次曲線の助変数表示 | 23 |
| 1.6 楕円モジュラー関数 $j(\tau)$ | 26 |
| 1.7 楕円モジュラー関数曼荼羅 | 30 |
| 第 2 章 $SL_2(\mathbf{Z})$ に関する保型形式概論 | 37 |
| 2.1 保型形式の概念 | 37 |
| 2.2 アイゼンシュタイン級数 | 39 |
| 2.3 楕円曲線から導かれる保型形式, とくに判別式形式 | 43 |
| 2.4 保型形式環 $M(\Gamma)$ | 44 |
| 2.5 デデキントのエータ関数 | 49 |
| 2.6 アイゼンシュタイン級数 $E_2(z)$ | 51 |
| 2.7 ゼータとテータ | 55 |
| 2.8 余興: 楕円曲線のハッセ-ヴェイユ L 関数 | 61 |
| 第 3 章 合同部分群に関する保型形式 | 65 |
| 3.1 概説と記号 | 65 |
| 3.2 尖点 | 66 |
| 3.3 合同部分群によって得られるリーマン面 | 71 |
| 3.4 主合同部分群 $\Gamma(N)$ | 72 |
| 3.5 合同部分群に関する保型形式 | 77 |

| | | |
|-------------------------------------|-------------------------|------------|
| 3.6 | コンパクト・リーマン面概説 | 78 |
| 3.7 | リーマン-ロッホの定理概説 | 82 |
| 3.8 | 合同部分群に対する次元公式 | 84 |
| 3.9 | $\Gamma_1(N)$ の基本領域と生成系 | 89 |
| 3.10 | 合同部分群の重要性 | 95 |
| 第4章 ヘッケ作用素と固有形式 | | 97 |
| 4.1 | 予備的考察 | 97 |
| 4.2 | ヘッケ写像 | 99 |
| 4.3 | ヘッケ作用素 $T(n)$ | 103 |
| 4.4 | ヘッケ固有形式 | 106 |
| 4.5 | ディリクレ級数： L 関数への準備 | 109 |
| 4.6 | L 関数への反映 | 112 |
| 4.7 | 2つの典型的なヘッケ固有形式の例 | 116 |
| 4.8 | 合同部分群に関するヘッケ作用素：概説 | 117 |
| 第5章 ヤコビ・テータ関数 | | 127 |
| 5.1 | 定義と主要な定理 | 127 |
| 5.2 | ヤコビ・テータ関数に関する主要定理の証明 | 130 |
| 5.3 | ガウスの倍角公式 | 145 |
| 5.4 | ヤコビ・テータ関数の無限積表示とその応用 | 149 |
| 5.5 | 一般指標のテータ関数とその変換公式 | 159 |
| 第6章 超幾何微分方程式から導かれる保型関数 | | 161 |
| 6.1 | ガウス超幾何微分方程式 | 161 |
| 6.2 | 超幾何微分方程式の解の表示 | 167 |
| 6.3 | 接続公式および周回行列の明示 | 172 |
| 6.4 | ガウス超幾何微分方程式のシュワルツ写像 | 174 |
| 6.5 | 一般化された超幾何関数 | 184 |

| | | |
|------------|--|------------|
| 第7章 | クラインの保型関数とその応用例 | 187 |
| 7.1 | ガウスの算術幾何平均定理とテータ零値についてのヤコビの公式 187 | |
| 7.2 | $\Gamma_1(3)$ の保型関数 190 | |
| 7.3 | $\Gamma_1(4)$ の保型形式とヘッケ作用素 199 | |
| 7.4 | $\Gamma(5)$ および $\Gamma_1(5)$ のモジュラー関数と, 5次方程式の解析的解法 209 | |
| 7.5 | $\Gamma_1(6)$ のモジュラー関数 224 | |
| 7.6 | $\Gamma(7)$ とその部分群に関する各種の考察 232 | |
| 第8章 | 超幾何保型関数と高次虚数乗法 | 242 |
| 8.1 | ヒルベルト類体と古典虚数乗法論 242 | |
| 8.2 | 総実体上の4元数環 245 | |
| 8.3 | 数論的三角群由来の4元数環における志村虚数乗法論 249 | |
| 8.4 | 単数群 $\Delta(3, 3, 5)$ の場合の正準模型の明示式とその応用 250 | |
| 8.5 | 高次ヒルベルト類体の実例 253 | |
| 演習解答 | | 258 |
| 参考文献 | | 263 |
| 索引 | | 269 |