

はじめに

なにものも存在するものがなければ、
現在という時間は存在しないであろう。
——アウグスティヌス『告白』XI, 14

よくいわれるように、現代の科学は表象だけに関わっているわけにはいかない。現象の素朴な観察・抽象だけでは科学にならない。現代科学は直接的に目に見える現象よりむしろ、その奥にある〈隠喩的構造〉を相手にしなければならない。それらはそもそも表象不可能であるか、表象可能であっても、自然への厳しい尋問や訴追によって意図的に見出そうとしなければ、間接的にも検証可能とはならない。だとしても、それらは間違いなく実在のなにかに基づいているという意味では実在的なものとして認知されている。電磁波、重力、素粒子、エネルギー、ウィルス、遺伝子、ベンゼン環、宇宙線、プレートテクトニクス、ブラックホールなど、現代科学の基本的対象や構造の多くは、このような意味で〈隠喩的〉であり、これらの直接表象不可能だが実在的な実体に基づいて現代の経験科学は発展している。重要なことであるが、これらの対象は素朴な現象の観察から自然に導かれるものでは決してないし、そこから直接的に抽象された形式ですらない。18世紀までの古典主義時代、電気まつわる現象の雑多な観察と、それらについてのナイーブな解釈が「電気」という概念の形成をいかに阻害してきたかは、まことに驚くべきである¹⁾。

18世紀以前の古典的近代科学と、19世紀以降急速に発展した現代科学の間の大きな相違点の一つは、それがあつかう基本的対象のとらえ方である。18世紀以前の古典主義時代において、経験科学とは現象の観察の積み重ねから直接的

¹⁾バシュラール [3], pp.55-61.

に抽象へと進むというものであった。したがって、その対象は素朴な意味での表象、あるいは表象の幾何学化による数学的形式であった。自然における現実的真理と、現象の抽象化による表象形式の理念的真理は、互いに一致するはずだ。なぜなら、表象こそが自然であり、自然と表象との間には表裏一体的な共犯関係があるからである。このような無批判で表象第一主義的な基本理念が、古典的な経験科学を主導していた。

他方、19世紀以降の現代科学は、表象世界のさらに奥の層に〈不可視の実体〉を求める。直接表象不可能な隠喩の実体によってこそ、自然の科学的説明は可能なのだ。現代的な経験科学は、直接経験不可能な対象を積極的に構想するという、いくぶんパラドキシカルな状況から出発する。電気にまつわる現象の奥に、それと目には見えなくても、電子という〈実体〉が存在し、これに基づいた隠喩的な直観モデルによって電気についてのすべての現象に普遍的な説明を与えることができる。

素朴経験的には表象化できないそれらの対象は、したがって、古典的な意味とはまったく異なるタイプの存在論を要求する。粒子と波動の二重性という存在様式は、18世紀までの科学の思いもよらぬものである。それらは感性的にはいかなる意味においても直接表象できない。しかし、それらはなんらかの意味で「存在」していなければならない。しかるに、19世紀を通じて、近代科学はその進歩と同時に、対象の存在論についてのコンセンサスをも変容させていった。不可視で直接表象不可能なものは、18世紀のジョージ・パークリーならば名目的な〈道具〉としてしか認知しなかったに違いない。しかし、テレビや携帯電話を日常的に使っている現代の我々は誰も、電波や素粒子の〈実在性〉——それそのものの実在性という意味ではなく、なんらかの実在性を根拠としているという意味での——を疑わないのではないか。現代人は実体のない道具のおかげをこうもっているだけなのだろうか。うがった見方をすれば、現代科学こそその対象の「実在性」を外界的自然に押し付けたのである。古典的科学が育てていた自然と理念との幸福な一体性を根底から覆し、人間が構想した〈隠喩の実体〉によって自然のあり方を意図的に捏造しようとしたからこそ、現代科学は自然のより深い構造をあらわにすることができたのだ。

いずれにしても、現代科学はこのような直接表象不可能でありながら、なんら

かの意味で実在的な対象を構想したからこそ発展できた。してみれば、古典主義時代の科学と現代科学の間の大きな相違点として、その対象についての基本理念——自然と理念の幸福な共犯関係に基づいた「表象＝対象」か、あるいは表象としての存在様式とは独立の隠喩的実体か——の違いを指摘することができるだろう。そしてこれと同様の存在論的パラダイムシフトは、18世紀から19世紀にかけて数学においても起こっていた、というのが本書の一つのテーマである。

18世紀以前の西洋近代数学においても、その対象はもっぱら表象であるか、あるいはそれに付随した「素朴な抽象化」としての表象形式でしかなかった。これはそのころの数学が、もっぱら式変形一辺倒による唯名論的な数学であり、素朴な量概念という表象形式にのみ関わっていたことを意味している。さらに言えば、古典的な数学の対象観が「表象＝対象」という表象第一主義的なものであったことは、その対象の存在論が自明であったことをも意味している。素朴な量概念という表象形式に関わるかぎり、対象は存在論的に透明だった。当時の数学は、19世紀のデデキントのように『数とは何かそして何であるべきか (*Was sind und was sollen die Zahlen?*)』²⁾と問う必要などまったくなかった。さらに言えば、18世紀までの数学が無限小や虚数をめぐる存在論的な論争について着地点を見出すことができなかつたことも、当時の数学が同時代の経験科学と同様に、自然と理念の幸福な共犯性の中にあり、「表象＝対象」の存在論的透明性から抜け出せなかつたことを裏書きしている。

しかし、19世紀において数学は大きく様変わりする。数学はもはや「表象＝対象」というパラダイムでは発展できなくなった。式変形だけの唯名的数学は、その複雑さゆえに閉塞状態に陥った。そのかわり、数学は「概念による数学」という掛け声のもと、表象のさらに奥の層に、存在論的厚みのある、感覚的表象とは独立な、不可視的な別世界の対象領野を創造する。古典時代の数学はもっぱら現象の数学的・幾何学的形式にのみ関わっていたという意味で唯名的であったが、現代数学は——例えば、集合という建築資材によって構成された空間などの——実体的な「モノ」をあつかうようになる。しかるに、19世紀の数学はこれらの実体、例えばクラインの壺や高次元空間などのような、往々にして感覚的に

²⁾Dedekind [16].

は理解不能かつ表象不可能であり、表象的存在様式とは完全に独立に存在していなければならない叡知的対象に対して、それらに見合った新しい存在論を仕立ててやる必要があった。経験科学の場合は、実験によって対象の実在性の片鱗をある程度明らかにすることができる。しかし、数学の対象の場合はそうはいかない。それだけに、数学対象の存在論的コンセンサスの形成には、より厳しい道程があったはずである。デデキントによる『数とは何かそして何であるべきか』といった問いや、非ユークリッド幾何学の発見といった19世紀的〈発見〉の多くは、このような存在論コンセンサスの刷新という文脈でこそ、その意義が明確になる。

そして、その原点にリーマンがいる、というのが本書の主張である。リーマンはその教授資格取得講演（Habilitationvortrag）「幾何学の基礎をなす仮説について（Über die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen）」³⁾において、「多様体（Mannigfaltigkeit）」という概念を導入し、数学における一般的な対象の概念を刷新した。通説では、この講演で空間の「計量規定」の仮説性が明らかにされ、それによってリーマン幾何学が生じ、また特に物理学への応用などにおいて新しく経験的な空間概念をもたらしたとされている。また、これよりはあまり語られない側面として、リーマンの多様体は「位置規定」を内在し、位相構造の先駆が構想されているとされる。これらの通説はもちろん正しいのであるが、どれもこの講演の中心的重要性を突いていない。確かに、リーマンは多様体を数学の対象として導入し、そこに

- 内在的な「位置規定」
- 外在的な「計量規定」

という二つの構造を明確化している。しかし、リーマンがこれによって目指したのは、多様体という「モノ」を導入すること、すなわち、それまでの古典的な対象様式とは相容れない、それ自体で内在的な存在であり、いかなる感覚的表象とも独立な存在様式をもつ新しい実在的对象を導入することだったのではないだろうか。すなわち、上記二つの規定の根底に

³⁾リーマン [76], pp.295-307, Riemann [75], pp.272-287.

- 内在的な〈存在規定〉

とでも言うべきものがある、これこそリーマンがこの講演によって19世紀数学にもたらした根本的な意義なのである。これは確かに現代の我々から見れば、きわめて目立たない、見逃しやすいものであるが、それは現代の我々が電波や素粒子の（なんらかの意味での）実在性を疑っていないのと同様に、集合やそれを用いて構成された空間などの数学的対象の存在論を（意識的にせよ無意識的にせよ）自明なものとして受容しているからである。現代数学の研究者は、例えば多様体や集合を日常茶飯事のようにあつかうが、その際、いちいちそれらの存在規定について関心を向けたりしないし、そもそも、そのようなことをしては研究を前に進めることができない。しかし、19世紀中葉、リーマンの同時代人たちにとっては、このような〈表象不可能な〉対象の存在論はそれなりに深刻であった。そうであればこそ、虚数や無限小や非ユークリッド幾何学の受容の遅さがあったのである。しかるに、そのような（集合論すらなかった）19世紀当時の状況を踏まえて考えてみたときに、多様体における「位置規定」や「計量規定」の問題以前のもっと根本的な層で、その存在・非存在にまつわる真剣な問題意識があったことは容易に想像されるのであり、そうした文脈でこそ、リーマンのいくぶん地味でわかりにくい根本的な意図が理解できるのである。

リーマンによってもたらされたものの意義は、数学における対象の「存在規定」という根本的なレベルにこそ求められるべきである。本書の前半では、まずこのことをリーマン自身の言葉や草稿を参照することで明らかにしていこうと思うが、さしあたって、上述した古典主義的科学から現代科学への対象観の推移、特にその存在論的コンセンサスの変容との比較は示唆的であろう。リーマン自身による草稿が明らかにしているように⁴⁾、リーマンによる多様体概念も、現代科学におけるさまざまな基本的対象と同様に、感覚的表象とは独立の自体存在であることを目指して導入されている。したがって、それは感覚的表象や自然界の事物などとはまったく異なる存在原理に基づいていなければならない。すなわち、なんらかの外在的な存在に従属した形で存在するのではなく、それ自体が自体存在として、自分自身の内側から内在的な存在原理に基づいて存在するものでな

⁴⁾ 4.1.3 項参照。

ればならないのである。これについてリーマンがどのように考えていたかを探ることが、以下の議論での中心的興味の一つとなるであろう。

本書の後半ではさらに論を進めて、リーマンがもたらした新しい対象概念が、どのような影響のもとに創造されたか、あるいはどのような影響を後世に遺し、どのように変奏されたのか、そして現代数学にとってそもそも「多様体」とはなんだったのか、といった点について多角的に考察する。リーマンの多様体概念への先人からの影響という点では、リーマン自身が講演の中で名指ししていることもあり、ことにガウスとヘルバルトからの影響がよく論じられている。特に哲学者ヘルバルトからの影響については、多くの論者によって賛否両論さまざまに論じられてきた。ここでこの問題をリーマンの多様体導入における「存在規定」の重要性という立場から見た場合、また違った意味合いが浮き彫りになるであろう。ことにリーマン自身がその草稿の中でヘルバルトの存在論には与しない⁵⁾と述べていることも、逆に、存在論的視点が問題の核心の一つであることを示唆している。また、後世への影響と多様体概念の変容という文脈では、リーマンによる多様体が準備した新しい存在様式の可能性が、「集合」という、古典的な存在原理からはかけ離れた存在様式をもつ、まったく新しい意味で叡知的な実在物の導入へと道を開いたことが明らかにされるであろう。集合論の勃興期においてカントールによる理論形成の直接の引き金となったのは、関数の三角級数による展開可能性についての考察が、関数の不連続点の分布を通じて、実数全体のなす集合や、そのさまざまな部分集合についての系統的な理解を必要としたことにある。しかし、このような技術的な要因の根本に、そもそも数学対象自体の近代化、すなわち感性的表象になんらかの形で表裏一体的に関わる古典主義的存在としての対象ではなく、感性的表象としての存在原理とは独立な、それ自体が内在的に存在する自体存在としての数学対象、という現代的な対象観が準備されていなければならなかったはずである。さもなければ、集合という数学の万能建築資材が、いかなる特殊性や文脈の局所性にも縛られない普遍存在として措定されることは不可能であったはずだ。そして、その意味での新しい叡知的な存在原理がもたらされるきっかけとなったのが、リーマンによる教授資格取得講演なので

⁵⁾5.2.2 項参照。

あり、その中で導入された新しい対象の考え方なのであり、多様体概念なのである。

これらの議論を踏まえて本書の最後に考察される問題は、多様体という概念が現代数学に遺したものはなんだったのか、そしてそれは数学をどのように変えたのか、というものである。つまり、そもそも「多様体」とはなんなのかという、もっとも基本的かつ根本的な問題が考察されなければならない。これについて、我々は近藤洋逸による「具体的普遍者」の概念を検討することになる。多様体が叡知的な存在領野から数学者によって表象化されると、それは一つの数学的普遍として現象するが、同時にその具体的側面を系列項とする一つの系列形式として現出する。多様体はこのように具体への展望を備えた普遍であるというあり方を踏まえて、近藤洋逸によって「具体的普遍者」と呼ばれた⁶⁾。多様体は確かに具体と抽象の二重性という、おそらく18世紀以前の数学が思いもよらなかった、現代的な存在原理をもつものであり、その意味で具体的普遍者である。しかし、その意味が近藤洋逸の言うように、豊かな具体への展望可能性を常に備えたもの、すなわち普遍化と具体化の二重プロセスが常に可能になっているものだとしたら、それはいささか楽観的であろう。後述するリーマン面の一意化の実現問題やアクセサリー・パラメーターの決定問題、リーマン-ヒルベルト対応の具体化の問題などに代表される現代数学における多くの困難は、この「具体への展望」可能性が、単に権利上のものでしかないことを如実に示している。これは「具体的普遍者」というテーゼが本来動的なものであること、すなわち時間性という次元を通して解釈すべき側面であることを物語っているのではないだろうか。このように見ることで、具体的普遍者としての「多様体=集合」という現代数学の基本概念によって、普遍と具体、観念論と経験論、投機的内包概念と外延的実体といったさまざまな弁証法を一つの力学に昇華することができるであろうし、同時に現代数学とはどのような学問であるか、そしてその中で研究とはどのような行為であるかという問いに対して、一定の応答を示すこともできるであろう。

最後に、本書の構成について説明する。最初に第1章でリーマンの生涯の簡単な素描と、その業績の概略を後世への影響という視点でまとめる。これを受け

⁶⁾ 近藤洋逸 [59], p.278.

て、リーマンの仕事の数学史的背景を検討するために、第2章では西洋数学史を大まかにまとめ、特にその中での19世紀西洋数学の発展の位置付けについて述べる。

第3章以降が本論である。まず第3章では、リーマンの学位論文で展開されたリーマンによる複素関数論のやり方について議論する。ここでは、例えばコーシーやワイエルシュトラスといった同時代人との比較で、特にリーマンの解析学における「大域性と定性性」が中心テーマとなるであろう。また、その関数概念の導入において、リーマンによる空間概念の萌芽を見ることになる。

第4章で、いよいよリーマンによる空間概念の考え方を、教授資格取得講演「幾何学の基礎をなす仮説について (Über die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen)」によって検討する。その準備のため、この章の前半では、第3章で議論されたリーマン面の受容がいかに困難なものであったか、そのためリーマン自身が空間概念そのものの基礎付けをいかに必要としていたか、といった点について素描する。

第5章では、リーマンによって導入された多様体についての理解をさらに深めるため、歴史的なスケールを交えて考察する。前半では、「多様体」という考え方のリーマン以前の系譜について、特にライプニッツ的な位置解析 (analysis situs) の視点から考察する。後半では、リーマン自身が教授資格取得講演の中で名指ししているガウス、および哲学者ヘルバルトからの影響について議論する。

第6章のテーマはリーマンによる空間概念の、現代数学への波及効果についてである。リーマンの多様体概念がもたらした数学対象の「新しい実在論」は、その後の集合論の勃興を思想面で準備したと考えられる。この章の前半では、この点について検討する。後半では、特に多様体論における仮説性や物理空間への応用における高い経験論が、その存在規定についての基本理念からどのように導かれ得るのかといった点について議論する。

最後の第7章は、結論の章である。ここでは多様体や集合に代表される現代的な数学対象の本性が、もう一度その基礎に立ち返って検討に付されるであろう。その際、「対象=多様体=集合」というパラダイムの中で、これを表象化し、研究の俎上に載せる人間との関係で、パースペクティブの問題や、具体と抽象の

弁証法の問題が討議される。その議論の中で、現代的な数学対象の「具体的普遍者」としての動的側面が現出するであろう。

死後 150 年以上経ってなお、リーマンは現代数学に強い影響をおよぼしている。その影響は今日の現代数学の姿のみならず、これから歩むべき発展の道筋をも照らしているかのようなのである。本書の役割は、その燦々たる光を今一度原点に立ち返って検討し、現代数学のあり方と今後についての議論へと橋渡しすることである。

2017 年 1 月

加藤文元