

# 訳者前書き

統計学の授業で最も疎かにされるのは統計量に関する漸近的な結果についてである。ほとんどの場合「まーとにかくこの結果については信用してほしい」と述べるだけである。原著者の前書きによると、米国においても同様であるらしく、原著のような教科書が準備される必要があるのだろう。翻って日本では、体系的に統計学を学べる学部や学科といった組織が存在しないぶん、さらに悲観的であるともいえる（設立の動きもあり、時代は変わりつつあるようですが…）。わが国で大標本論について学ぶということはまさに個人的な興味と努力にかかっているのである。

本書は、その努力を少なからず助けうるのではないかと考え、ぜひ傍らに置き、自学的に辞書的に参照してもらえたらうれしいと翻訳することにした次第である。各章に1つずつおかれた基本的な定理を理解し、多様多様な演習問題に挑戦してほしい。もちろん、簡単に解けないような問題も少なからずあるに違いない。その際は、例題を読むつもりで解答例へ進んでもまったく構わないと思われる。

原著は長年に亘って少しずつ準備されたようで、内容は豊富であるが、そうであるが故にこそ記号上の不統一などが目立っていた。また、コンパクトな本に仕上げるためだと思われるが、重要な数式等が地の文中に書き込まれたり、説明が簡潔すぎるところなどもあり、少々読みづらいと感じられた。そのため、本書ではできる限り記号を統一し、数式もなるべく独立行として表示するように努めた。さらに、日本では使い慣れない記号は見慣れた記号へと変更したも

のもある（例えば、転置記号  $T$  を  $t$  で表すなど）。また、本来ならば訳注として記すべき修正等を本文内に書き込んだところもある。訳注を細かく入れると読みづらいただろうと考えたからである。ただし、原著者の意図を毀損するようなことは一切行っていないつもりである。

本書は4部に分かれ、第1部は確率変数・分布についての収束概念の確認である。統計的漸近論の確率論的な側面がまとめられ、大数の法則・中心極限定理等が扱われる。ここはもちろん重要ではあるが、統計的応用面を重視する読者には収束の概念等を確認する程度の読み方で十分だと思われる。第2部には統計的漸近理論の基本がまとめられ、第3部ではさらに多岐に及ぶ種々の話題へと進む。ここは精読すべきところである。それにより、統計学のいろいろな分野での成果と同様の結果を得るための技術を学ぶことができるだろう。第4部では、さらに数学的な興味を満足させてくれる統計学上の諸問題が扱われ、理論的な興味をもつ読者を満足させることだろう。是非楽しみながらの精読を期待したい。

2016年11月 野間口謙太郎

# 著者前書き

数理統計学の扱う範囲は非常に広大なので、学部教育においてはそれらの概観を与える程度の時間が割けるにすぎない。特に定理の証明などはたいてい省略される。たまに特殊な話題に言及するかもしれないが、証明は後で与えられるだろう（多分、大学院で）という了解の下での話になる。中心極限定理の証明の概略を与える学部生向けの教科書もありはするが、統計問題の大標本的解析において有用な他の定理などは証明なしで紹介され用いられる。例えば、最尤推定量の漸近正規性、ピアソンの  $\chi^2$  統計量の漸近分布、尤度比検定の漸近分布、順序和検定統計量の漸近分布などが挙げられる。

ところが大学院においては、定理の証明は以前の講義で与えてある（多分、学部教育で）とされるのがしばしばである。証明が与えられたとしても特殊な設定で、ということになる。かくして、統計学の研究を行うに最も有益な分野の1つである大標本理論（あるいは、漸近理論とも呼ばれる）を一般的な手法を通して学ぶという機会を逸するのである。しかし、大学院の基礎教育において、大標本理論についての独立した講義を求める声は存在している。この本がその要望に応える一助になればと願っている。

UCLA の大学院ではおおよそ 20 年に亘って、理論統計学の基礎教育課程の第 2 学期に大標本理論の講義が行われてきた。この教科書のやり方で大標本理論を学んだ学生は大標本をなしていると言ってもよいだろう。この教育課程は数学科向けのものではあるけれども、受講生はいろいろな分野からの院生の混成であった。おおよそ 40% の院生が数学科所属で、30% が生物統計学、その他残りは数理生物学、工学、経済学、経営学などからである。院生達は概ね興味を示し意欲的で、質問や提案、そしてもちろん不平不満でこの講義の改善に

貢献してもらえた。

受講生達は混成だったので、この講義で要求できる数学的素養は当然のことながら限られていた。特に、測度論的な解析学や確率論の知識を前提とすることはできなかった。とはいえ、この本を理解したいなら、学部レベルの解析学の講義や、数理統計学の適切な講義などは習得しておくことが必要である。

統計学は多変数を扱う学問である。ほとんどすべての有益な単変数問題は、多変数問題への意味のある拡張と応用をもっている。この理由により、ほとんどの定理を多変数の設定で記述している。多変数に関する定理はしばしば単変数についての定理と同じである。しかしそうでない場合には、1次元でまず注意深く定理について考えて、そして高次元の問題を扱う例題や演習に取りかかるという態度が、読者には役立つだろう。

大標本理論の技法を、講義室という環境での便益を被ることなく、独自に学びたい学生のことを考えて本書は構成されている。多くの演習問題があり、それらすべての解答例は付録に与えられている。教員が利用できるようにと、解答なしの演習問題も準備され、ホームページ <http://www.math.ucla.edu/~tom/LST/lst.html> で見ることができる。

各章ではそれぞれ特定の話題が扱われている。基本的な考え方や主要な結果が1つの定理の形で述べてある。24章あり、その結果24個の定理が存在する。全体は4部構成になっていて、第I部では確率論の基本的な極限の概念が扱われ、大数の法則と中心極限定理も含まれている。第II部では、統計的漸近理論における基本的な道具、例えばスラツキーの定理やクラメールの定理などについて議論し説明し、終わりにピアソンの $\chi^2$ 統計量の漸近分布や検出力などを導くのに用いている。第III部においては、いくつかの特殊な話題が第I部と第II部の手法で解析される。時系列に関する統計量、順序統計量、分位点の分布や極値順序統計量などについてである。第IV部では、最尤推定量、尤度比検定、ベイズ推定量の漸近正規性、最小 $\chi^2$ 推定量など含む標準的な統計手法を取り扱う。第III部と第IV部の各章は独立に読むことができる。1学期分の講義としては問題なく十分な題材が本書には含まれている。4半期分としてならば、第III部・第IV部の話題を幾つか削ったり縮小したりする必要があるだろう。

本書は多くのものをルシアン・ルカム教授に負っていることを謹んで表明し

たい。本文のここかしこで、教授を参照していると書き込んでもよいような特定の話題についてだけではない。この分野への一般的な理念を与えて貰えたことに対してでもある。過去にこの分野について教授から学んだ頃からずっと、教授は多大なる一般的で数学的な接近法をこの分野にもたらしたのである。それらは参考文献にある著書 Le Cam(1986) の中に見いだすことができるだろう。

本書の始まりは原稿の形で 20 年ほど前には存在していたが、その後幾度となく、コンピュータやワープロの変遷の影響を経てきている。これらの変更を引き受けて、快活にタイピングしてくれた妻である Beatriz に感謝したい。最後に、私の受講生達にも感謝したい。個々に言及するには余りにも多い学生達である。どのクラスも特徴的で、新しいことを教えて貰った。そのため、新受講生を迎えるたびに、昨年よりは何かしら違った形で講義することができた。将来の受講生達がこの本に助けられたと思うようなら、これを解りやすくしてくれた過去の受講生達の貢献にも感謝すべきだろう。

Thomas S Ferguson, April 1996